

Analisis Dinamik Model Penyebaran Rumor *Ignorances-Discussant-Spreader-Remover* (IDSR) pada Jejaring Sosial

Pangestuti Prima Darajat^{1✉}, Rizka Rizqi Robby², Hady Rasikhun³, Deasy Sandhya Elya Ikawati⁴

¹ Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Raden Rahmat, Indonesia

² Program Studi Matematika, Fakultas Ilmu Eksakta, Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, Indonesia

³ Program Studi Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Muhammadiyah Mataram, Indonesia

⁴ Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Teknologi Informasi, Politeknik Negeri Malang, Indonesia

Informasi Artikel

Riwayat Artikel

Diserahkan : 14-06-2023

Direvisi : 30-06-2023

Diterima : 04-07-2023

Kata Kunci:

Penyebaran rumor; Model matematika; Analisis dinamik.

Keywords :

Rumor Propagation, Mathematical Model, Dynamical Analysis

ABSTRAK

Penyebaran rumor memberikan banyak dampak negatif pada kehidupan sosial masyarakat. Karakteristik penyebaran rumor perlu dipelajari untuk mendapatkan informasi ilmiah sekaligus menentukan strategi pengendalian yang tepat. Pada penelitian ini dikonstruksi model penyebaran rumor *Ignorances-Discussant-Spreader-Remover* (IDSR) dengan memperhatikan faktor pemberian pernyataan balasan. Pada model dilakukan analisis dinamik dengan menentukan titik kesetimbangan, eksistensi, serta kestabilan lokal titik kesetimbangan tersebut. Diperoleh bahwa, titik kesetimbangan bebas rumor eksis dengan kriteria kestabilan tertentu. Sementara itu dua titik kesetimbangan lain memiliki syarat eksistensi dan ditentukan syarat kestabilannya menggunakan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz. Simulasi numerik dilakukan menggunakan metode runge-kutta orde 4 dan *software* MATLAB untuk menggambarkan karakteristik masing-masing titik kesetimbangan tersebut serta membuktikan analisa teoritis yang dilakukan.

ABSTRACT

The spread of rumors has many negative impacts on social life. The characteristics of spreading rumors need to be studied to obtain scientific information and to determine the appropriate control strategy. In this study, a model Ignorances-Discussant-Spreader-Remover (IDSR) for spreading rumors was constructed by taking factor of giving counter-statements. In the model, dynamic analysis is carried out by determining the equilibrium point, existence, and local stability of the equilibrium point. It is found that, a rumor-free equilibrium point exists and local asymptotically stable when satisfy stability criteria. Meanwhile, the other two equilibrium points have existence conditions and their stability conditions are determined using the Routh-Hurwitz stability criteria. Numerical simulations were carried out using fourth order Runge Kutta method and MATLAB software to describe the characteristics of each of these equilibrium points and to prove the theoretical analysis that was carried out.

Corresponding Author :

Pangestuti Prima Darajat

Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Raden Rahmat
Jl. Raya Mojosari No.2, Dawuhan, Jatirejoyoso, Kec. Kepanjen, Kabupaten Malang, Jawa Timur

Email: prymapryma@gmail.com

PENDAHULUAN

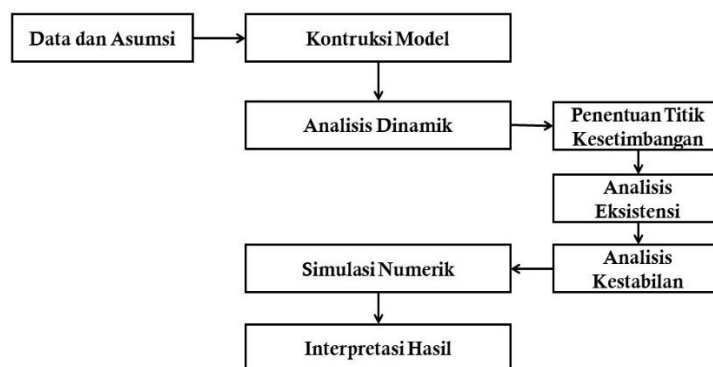
Berkembangnya industri internet serta sosial media online memberikan kemudahan yang luar biasa kepada masyarakat untuk mendapatkan sumber informasi secara *real time*. Namun demikian, informasi yang menyebar pada sosial media belum tentu benar atau disebut rumor. Penyebaran rumor dapat memberikan dampak negatif bagi kehidupan sosial masyarakat. Informasi yang salah dapat menimbulkan kesalahpahaman yang menyudutkan pihak tertentu bahkan menyulut konflik di masyarakat. Tidak jarang konflik tersebut menyebabkan kekerasan dan mengganggu ketertiban serta menyebabkan kerusuhan (Dhar, Jain, & Gupta, 2016). Oleh karena itu, memahami karakteristik penyebaran rumor sangat penting untuk mendapatkan informasi ilmiah serta menentukan strategi yang tepat dalam mengurangi dampak negatif penyebaran rumor. (Putri, Saidah, & Syafwan, 2022)

Berbagai penelitian tentang model matematika penyebaran rumor telah dikembangkan sebelumnya. Model matematika yang digunakan mengacu pada model epidemi sebagaimana (Dhar, Jain, & Gupta, 2016), (Aldila, Paramartha, & Tasman, 2017), (Ningsih, Sumardi, Riskiyah, & Arystianto, 2019), (Chen, Jiang, Li, & Li, 2020), (Hasan, Islam, & Podder, 2021), dan (Rusmarlina & Fuad, 2023). Zhu pada tahun 2019 mengusulkan model penyebaran rumor SIR pada jejaring sosial online dengan memperhatikan waktu tunda. Yu pada tahun 2021 membentuk model penyebaran rumor berbagai bahasa 2I2SR pada jejaring sosial online dengan dan tanpa memperhatikan waktu tunda. Penelitian lain yaitu oleh Zhenhua pada tahun 2021 dengan membentuk model IDSRI (*Ignorance-Discussant-Spreader-Remover-Ignorance*). Hasil penelitian menunjukkan kompartmen *Discussant* memberikan dampak yang penting pada proses penyebaran rumor.

Pada penelitian ini digunakan empat kompartmen sebagaimana model yang dikenalkan oleh Zhenhua yaitu *Ignorance-Discussant-Spreader-Remover* (IDSRI) tanpa kembali pada kompartmen *I* sebagaimana pada model Yu. Berbeda dengan penelitian sebelumnya diusulkan parameter penting yaitu adanya pemberian pernyataan balasan atau klarifikasi yang merupakan strategi untuk mencegah penyebaran rumor. Analisis dinamik adalah suatu metode kualitatif yang dilakukan untuk mendapatkan informasi dan memprediksi keadaan system pada masa yang akan datang (Darajat, 2023). Model baru yang dikonstruksi dengan menambahkan strategi klarifikasi akan dianalisis secara dinamik untuk mengetahui karakteristik penyebaran rumor pada jejaring sosial online serta mengetahui pengaruh strategi yang dilakukan dalam penyebaran rumor.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan tiga tahapan yaitu, kontruksi model, analisis dinamik, dan simulasi numerik. Tahapan kontruksi model diawali dengan mendefinisikan variabel serta parameter yang digunakan. Hubungan antar variabel dan parameter selanjutnya diilustrasikan dengan membentuk diagram kompartmen. Berdasarkan asumsi yang dibangun, dikonstruksi model dalam bentuk sistem persamaan diferensial. Tahapan penelitian disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Alir Tahapan Penelitian

Analisis dinamik dilakukan dengan menentukan titik kesetimbangan model, eksistensi, serta kestabilan titik kesetimbangan tersebut. Berikut merupakan sistem persamaan diferensial dengan empat variabel,

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= f_1(I, D, S, R) \\ \frac{dD}{dt} &= f_2(I, D, S, R) \\ \frac{dS}{dt} &= f_3(I, D, S, R) \\ \frac{dR}{dt} &= f_4(I, D, S, R)\end{aligned}\tag{1}$$

Titik kesetimbangan sistem (1) merupakan $E = (I^*, D^*, S^*, R^*)$ yang merupakan solusi dari sistem (1) yang memenuhi $\frac{dI}{dt} = \frac{dD}{dt} = \frac{dS}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0$.

Selanjutnya, analisis eksistensi titik kesetimbangan merupakan syarat yang diberikan pada titik kesetimbangan agar memenuhi interpretasi model. Dalam hal ini, karena model menggambarkan jumlah proporsi populasi maka titik kesetimbangan dikatakan eksis jika nilai I^*, D^*, S^* , dan R^* tidak negatif. Perilaku solusi sistem (1) akan dianalisis melalui kestabilan lokal titik kesetimbangan. Analisis kestabilan lokal dilakukan dengan linearisasi sistem (1) disekitar titik kesetimbangan berdasarkan persamaan berikut,

$$\frac{d}{dt}\vec{w} = J\vec{w}\tag{2}$$

Dimana $\vec{w} = (I, D, S, R) - (I^*, D^*, S^*, R^*)$ dan J merupakan matriks jacobian pada $E^* = (I^*, D^*, S^*, R^*)$ sebagai berikut,

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial D} & \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial R} \\ \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial D} & \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial R} \\ \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial D} & \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial R} \\ \frac{\partial f_4}{\partial I} & \frac{\partial f_4}{\partial D} & \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial R} \end{pmatrix}.\tag{3}$$

Kestabilan titik kesetimbangan E^* ditentukan oleh bagian real dari nilai eigen matriks J . Titik kesetimbangan E^* disebut stabil asimtotik lokal ketika semua nilai eigen memiliki bagian real negatif. Titik kesetimbangan E^* disebut stabil jika semua nilai eigen memiliki bagian real yang tak positif. Titik kesetimbangan E^* disebut tidak stabil jika salah satu nilai eigen memiliki bagian real yang positif (Boyce, Diprima, & Meade, 2017).

Setelah rangkaian analisis dinamik secara teoritis, simulasi numerik dilakukan dengan metode Runge-Kutta orde 4 berbantuan software MATLAB. Simulasi numerik dilakukan menggunakan parameter yang merujuk pada penelitian Zhenhua (2021) dan Dhar (2016). Selain untuk menunjukkan perilaku sistem untuk masing-masing titik kesetimbangan, simulasi numerik juga bertujuan untuk membuktikan Analisa teoritis yang sudah dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

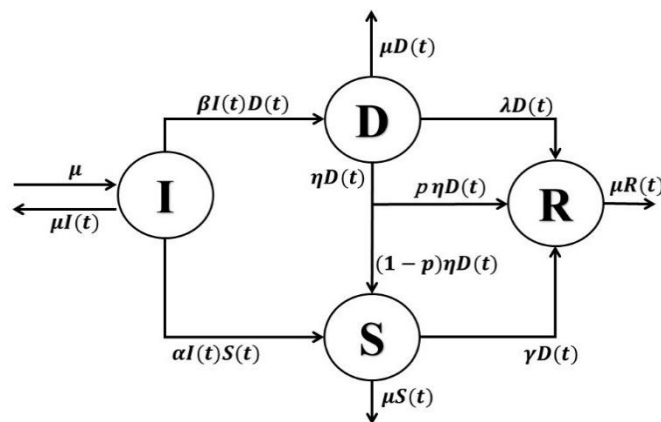
Pada subbab ini akan ditunjukkan hasil analisis dinamik dan simulasi numerik yang dilakukan. Pembahasan dilakukan dengan menginterpretasikan hasil dari analisis dinamik maupun simulasi numerik.

Konstruksi Model Penyebaran Rumor IDSR

Populasi dibagi menjadi empat subpopulasi. *I* (*Ignorance*) yaitu subpopulasi individu yang tidak mengetahui rumor. Subpopulasi individu yang mengetahui rumor dan sedang mendiskusikannya, namun tidak menyebarkan rumor tersebut disimbolkan *D* (*Discussant*). *S* (*Spreader*) adalah subpopulasi individu yang menyebarkan rumor. Subpopulasi individu yang mengetahui rumor tetapi sudah tidak menyebarkan disimbolkan *R* (*Remover*). Proporsi populasi individu *Ignorance*, *Discussant*, *Spreader* dan *Remover* pada waktu t dinyatakan dengan $I(t)$, $D(t)$, $S(t)$, dan $R(t)$.

Beberapa asumsi dibangun pada model agar sesuai dengan kondisi sebenarnya. Disasumsikan bahwa jejaring sosial online memiliki laju masuk dan keluar konstan. Individu baru yang masuk pada jejaring sosial dianggap sebagai individu *I* dengan laju masuknya individu baru adalah sebesar μ . Individu *I*, *D*, *S* dan *R* akan keluar dari jaringan juga dengan laju sebesar μ . Laju perubahan subpopulasi *I* akan berkurang akibat interaksi dengan individu *D* maupun *S*. Laju perubahan individu *I* akibat interaksi dengan individu *D* adalah sebesar βID , sementara laju perubahan individu *I* akibat interaksi dengan individu *S* adalah sebesar αIS .

Individu pada subpopulasi *D* dan *S* seiring waktu akan berhenti melakukan diskusi atau berhenti menyebarkan rumor dan menjadi individu *R* dengan laju λ dan γ . Individu pada subpopulasi *D* akan menjadi individu *S* seiring waktu dengan laju sebesar η . Pada penelitian ini diusulkan strategi pengendalian penyebaran rumor berupa klarifikasi pada saat diskusi. Klarifikasi tersebut menghambat penyebaran rumor sehingga perubahan individu *D* menjadi *S* akan berkurang sebesar $p\eta D$ dan beralih menuju subpopulasi *R*. Hubungan antara subpopulasi dengan parameter yang telah didefinisikan diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Kompartmen Penyebaran Rumor IDSR

Model penyebaran rumor IDSR yang terbentuk berdasarkan kompartmen pada Gambar 2 adalah sistem sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 \frac{dI}{dt} &= \mu - \alpha IS - \beta ID - \mu I \\
 \frac{dD}{dt} &= \beta ID - \eta D - (\lambda + \mu)D \\
 \frac{dS}{dt} &= \alpha IS + (1-p)\eta D - (\gamma + \mu)S \\
 \frac{dR}{dt} &= \lambda D + \gamma S + p\eta D - \mu R
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Titik Keseimbangan Model

Keadaan tidak ada perubahan pada sistem (*Steady State*) atau solusi sistem (4) adalah tiga titik keseimbangan yang akan diuraikan. Titik keseimbangan bebas rumor adalah E_1^* yaitu $\{I_1^*, D_1^*, S_1^*, R_1^*\} = \{1, 0, 0, 0\}$. Titik keseimbangan E_2^* yaitu $\{I_2^*, D_2^*, S_2^*, R_2^*\}$ sebagai berikut,

$$I_2^* = \frac{A_1}{\alpha} \quad (5)$$

$$D_2^* = 0 \quad (6)$$

$$S_2^* = \frac{\mu(\alpha - A_1)}{\alpha A_1} \quad (7)$$

$$R_2^* = \frac{\gamma(\alpha - A_1)}{\alpha A_1} \quad (8)$$

dengan $A_1 = \gamma + \mu$. Berdasarkan persamaan (7) dan (8) maka titik keseimbangan E_2^* eksis dengan syarat $\alpha > A_1$. Titik keseimbangan E_3^* yaitu $\{I_3^*, D_3^*, S_3^*, R_3^*\}$ yang memenuhi persamaan berikut,

$$I_3^* = \frac{A_2}{\beta} \quad (9)$$

$$D_3^* = \frac{\mu A_3 A_4}{\beta A_2 (\beta A_1 - \alpha A_5)} \quad (10)$$

$$S_3^* = \frac{\mu \eta (1 - p) A_3}{A_2 (\beta A_1 - \alpha A_5)} \quad (11)$$

$$R_3^* = \frac{A_3 (A_4 (\eta p + \lambda) + \beta \eta \gamma (1 - p))}{\beta A_2 (\beta A_1 - \alpha A_5)} \quad (12)$$

dengan $A_2 = \eta + \lambda + \mu$, $A_3 = \beta - A_2$, $A_4 = \beta A_1 - \alpha A_2$, dan $A_5 = \eta p + \lambda + \mu$. Berdasarkan perolehan tersebut titik keseimbangan E_3^* eksis dengan syarat $\beta > A_2$, $A_1 \geq \alpha$, dan $\beta > \eta p + \lambda + \mu$.

Kestabilan titik keseimbangan

Analisis kestabilan titik keseimbangan dilakukan dengan linearisasi sistem (4) disekitar berdasarkan persamaan (2). Matriks Jacobian berdasarkan persamaan (3) diperoleh sebagai berikut,

$$J = \begin{bmatrix} -\beta D - \alpha S - \mu & -\beta I & -\alpha I & 0 \\ \beta D & \beta I - A_2 & 0 & 0 \\ \alpha S & (1 - p)\eta & \alpha I - A_1 & 0 \\ 0 & \lambda + p\eta & \gamma & -\mu \end{bmatrix} \quad (13)$$

Matriks jacobini untuk titik keseimbangan E_1^* diperoleh dengan substitusi E_1^* pada (13) sehingga diperoleh persamaan berikut,

$$J_1 = \begin{bmatrix} -\mu & -\beta & -\alpha & 0 \\ 0 & \beta - A_2 & 0 & 0 \\ 0 & (1 - p)\eta & \alpha - A_1 & 0 \\ \delta & \lambda + p\eta & \gamma & -\mu \end{bmatrix} \quad (14)$$

Berdasarkan persamaan (14) diperoleh nilai eigen untuk matriks J_1 adalah,

$$K_1 = K_2 = -\mu \quad (15)$$

$$K_3 = \beta - A_2 \quad (16)$$

$$K_4 = \alpha - A_1 \quad (17)$$

Titik keseimbangan E_1^* akan bersifat stabil asimtotik lokal ketika keseluruhan nilai eigen negatif. Oleh karenanya, syarat agar E_1^* stabil asimtotik lokal adalah nilai eigen K_3 dan K_4 bernilai negatif. Akibatnya, diberikan syarat yaitu $\beta < A_2$ dan $\alpha < A_1$.

Matriks jacobini untuk titik kesetimbangan E_2^* diperoleh dengan substitusi E_1^* pada (13) sehingga diperoleh persamaan berikut,

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{-\alpha\mu}{A_1} & -\frac{\beta A_1}{\alpha} & -A_1 & 0 \\ 0 & \frac{\beta A_1}{\alpha} - A_2 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu(A_1 - \alpha)}{A_1} & (1-p)\eta & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + p\eta & \gamma & -\mu \end{bmatrix} \quad (18)$$

Sehingga diperoleh titik nilai eigen $L_1 = -\mu$, dan L_2, L_3, L_4 memenuhi persamaan berikut,

$$L_2 = \frac{\beta A_1 - \alpha A_2}{\alpha} \quad (19)$$

$$L^2 + (L_3 + L_4)L + L_3L_4 = 0 \quad (20)$$

$$L_3 + L_4 = \frac{\mu\alpha}{A_1} \quad (21)$$

$$L_3L_4 = -\mu(A_1 - \alpha) \quad (22)$$

Karena syarat eksistensi A_2 adalah $\alpha > A_1$ maka L_2 bernilai negatif ketika $A_2 \geq \beta$. Sementara itu, karena $\alpha > A_1$ maka L_3L_4 positif. Berdasarkan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz polinomial karakteristik pada (20) akan memiliki akar negatif ketika $L_3 + L_4$ dan L_3L_4 positif. Dengan demikian E_2^* bersifat stabil asimtotik lokal ketika $A_2 \geq \beta$.

Adapun matriks jacobian pada E_3^* adalah sebagai berikut.

$$J_3 = \begin{bmatrix} -A_6 - A_7 - \mu & -A_2 & -\frac{\alpha A_2}{\beta} & 0 \\ A_6 & 0 & 0 & 0 \\ A_7 & (1-p)\eta & \frac{-A_4}{\beta} & 0 \\ 0 & \lambda + \eta p & \gamma & -\mu \end{bmatrix} \quad (23)$$

dimana nilai A_6 dan A_7 adalah sebagai berikut,

$$A_6 = \frac{\mu A_3 A_4}{A_2(\beta A_1 - \alpha A_5)} \quad (24)$$

$$A_7 = \frac{\alpha \mu \eta A_3 (1-p)}{A_2(\beta A_1 - \alpha A_5)} \quad (25)$$

Berdasarkan matriks pada persamaan (23) diperoleh nilai eigen $M_1 = -\mu$, sementara M_2, M_3 , dan M_4 memenuhi persamaan karakteristik berikut,

$$M^3 + XM^2 + YM + Z = 0 \quad (26)$$

Dimana X, Y, Z adalah,

$$X = \frac{A_4}{\beta} + A_6 + A_7 + \mu \quad (27)$$

$$Y = \frac{\beta A_2 A_6 + A_4(A_6 + A_7 + \mu) + \alpha A_2 A_7}{\beta} \quad (28)$$

$$Z = \frac{A_2(A_4 A_6 + \alpha \eta (1-p))}{\beta} \quad (29)$$

Syarat eksistensi titik kesetimbangan E_3^* pada persamaan mengakibatkan nilai A_6 dan A_7 pada (24) dan (25) bernilai positif. Dengan demikian diperoleh X, Y, Z juga positif yang mengakibatkan

niali eigen E_3^* yaitu M_1, M_2, M_3 , dan M_4 keseluruhan bernilai negatif. Hasil analisis eksistensi serta analisis kestabilan titik kesetimbangan disajikan pada tabel 1.

Tabel 1. Sifat Titik Kesetimbangan

Titik Kesetimbangan	Syarat Eksistensi	Sifat Titik Kesetimbangan	Syarat Kestabilan Titik Kesetimbangan
E_1^* (Bebas Rumor)	-	Stabil Asimtotik Lokal	$\beta < A_2$ dan $\alpha < A_1$
E_2^*	$\alpha > A_1$	Stabil Asimtotik Lokal	$A_2 \geq \beta$
E_3^* (Endemi)	$\beta > A_2, A_1 \geq \alpha$, dan $\beta > \eta p + \lambda + \mu$	Stabil Asimtotik Lokal	-

Pada Tabel 1 ditunjukkan bahwa, ketika titik kesetimbangan bebas rumor E_1^* stabil maka titik kesetimbangan E_2^* dan E_3^* tidak eksis. Ketika titik kesetimbangan E_2^* stabil maka titik kesetimbangan E_1^* tidak stabil dan E_3^* tidak eksis. Sementara itu, ketika titik kesetimbangan E_3^* stabil maka titik kesetimbangan E_1^* tidak stabil dan E_2^* tidak eksis.

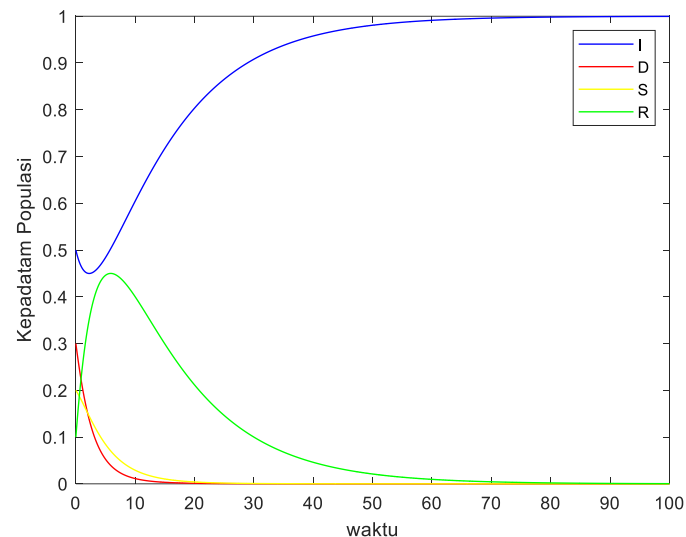
Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk mendukung kajian analitis pada subbab sebelumnya. Akan ditunjukkan perilaku sistem dengan tiga skema sesuai titik kesetimbangan yang telah ditentukan. Dipilih nilai awal yang menyatakan kepadatan populasi dengan $I(t) + D(t) + S(t) + R(t) = 1$ yaitu $I(0) = 0.5, D(0) = 0.3, S(0) = 0.2$, dan $R(0) = 0.1$. Parameter yang digunakan merujuk pada (Zhenhua, Si, Dan, & Zhiwu, 2021) dan (Dhar, Jain, & Gupta, 2016) disajikan pada Tabel 2. Parameter tersebut dipilih sehingga memenuhi syarat eksistensi maupun syarat kestabilan titik kesetimbangan.

Tabel 2. Nilai Parameter

Parameter	Memenuhi Kestabilan E_1^*	Memenuhi Kestabilan E_2^*	Memenuhi Kestabilan E_3^*
μ	0.08	0.08	0.08
α	0.2	0.6	0.3
β	0.5	0.5	0.7
η	0.2	0.2	0.2
λ	0.3	0.3	0.3
p	0.4	0.4	0.4
γ	0.3	0.3	0.3

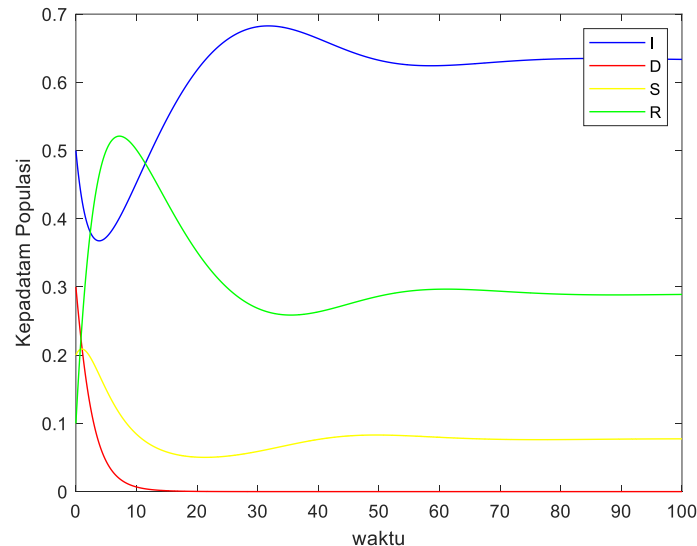
Hasil simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4 untuk titik kesetimbangan E_1^* ditunjukkan pada Gambar 2. Solusi sistem (4) akan menuju nilai $(I, D, S, R) = (1, 0, 0, 0)$.



Gambar 3. Simulasi Numerik Titik kesetimbangan bebas rumor E_1^*

Dapat diinterpretasi bahwa keadaan bebas rumor akan dicapai ketika laju penyebaran lebih kecil dari laju berhenti menyebarkan baik karena berhenti secara alami, akibat keluar dari jaringan atau akibat klarifikasi yang dilakukan ($\alpha < A_1$ dan $\beta < A_2$).

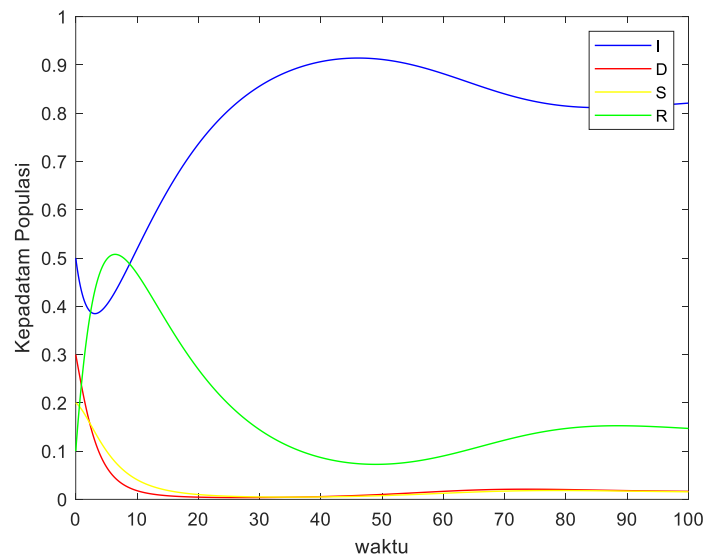
Simulasi numerik kedua dilakukan untuk menunjukkan perilaku sistem ketika titik kesetimbangan E_2^* stabil. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 4. Solusi sistem menuju nilai (0.6333, 0, 0.0772, 0.2895).



Gambar 4. Simulasi Numerik Titik kesetimbangan bebas rumor E_2^*

Berdasarkan gambar 4 dapat diinterpretasi bahwa laju subpopulasi *Discussant* menurun hingga mencapai nilai 0 karena laju penyebaran oleh subpopulasi *Discussant* lebih kecil dari laju berhenti menyebarkan baik karena berhenti secara alami, akibat keluar dari jaringan atau akibat klarifikasi yang dilakukan. Namun, pada keadaan ini pada masa yang akan datang rumor tetap ada dengan laju subpopulasi *Spreader* memiliki proporsi 0.0772 dari keseluruhan jumlah populasi. Dengan demikian faktor pemberian pernyataan balasan belum berpengaruh secara signifikan dalam menghentikan penyebaran rumor.

Simulasi numerik ketiga dilakukan untuk menunjukkan perilaku sistem ketika titik kesetimbangan E_3^* stabil. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 5. Solusi sistem menuju nilai (0.8286, 0.0170, 0.0155, 0.1389).



Gambar 5. Simulasi Numerik Titik kesetimbangan bebas rumor E_3^*

Pada simulasi ketiga, laju penyebaran rumor lebih besar dari pada laju berhenti menyebarkan baik karena berhenti secara alami, akibat keluar dari jaringan atau akibat klarifikasi yang dilakukan. Dengan keadaan tersebut, pada masa yang akan datang penyebaran rumor akan selalu ada meskipun jumlahnya menurun seiring waktu. Proporsi subpopulasi *Discussant* dan *Spreader* adalah 0.0170 dan 0.0155 dari keseluruhan jumlah populasi.

Dengan demikian dapat diinterpretasi bahwa laju penyebaran rumor bergantung pada besar laju penyebaran dan laju berhenti menyebarkan. Keadaan bebas rumor akan dicapai ketika laju penyebaran lebih kecil dari laju berhenti menyebarkan baik karena berhenti secara alami, akibat keluar dari jaringan atau akibat klarifikasi yang dilakukan. Namun demikian ketika laju penyebaran lebih besar dari laju berhenti menyebarkan pada salah satu subpopulasi *Discussant* atau *Spreader* akan mengakibatkan penyebaran rumor bersifat endemi. Faktor pemberian pernyataan balasan yang diusulkan memang salah satu faktor yang berpengaruh dalam pengendalian rumor, namun demikian besar pengaruhnya belum signifikan dapat menghentikan penyebaran rumor.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Model penyebaran rumor IDSR telah dikonstruksi dengan memperhatikan faktor pernyataan balasan berbentuk sistem persamaan diferensial empat variabel. Analisis dinamik yang dilakukan pada model diperoleh terdapat titik kesetimbangan bebas rumor serta dua titik kesetimbangan endemik. Ketiga titik kesetimbangan tersebut dibuktikan bersifat stabil asimtotik lokal ketika kriteria kestabilan Routh-Hurwitz terpenuhi. Berdasarkan analisa teoritis dan simulasi numerik dapat diinterpretasi bahwa keadaan bebas rumor akan dicapai ketika laju penyebaran lebih kecil dari laju berhenti menyebarkan baik karena berhenti secara alami, akibat keluar dari jaringan atau akibat klarifikasi yang dilakukan. Namun demikian ketika laju penyebaran lebih besar dari laju berhenti menyebarkan akan mengakibatkan penyebaran rumor bersifat endemi. Dengan demikian faktor pemberian pernyataan balasan belum berpengaruh secara signifikan dalam menghentikan penyebaran rumor.

Saran

Bagi penelitian selanjutnya model dapat dikembangkan dengan memperhatikan waktu tunda, dan juga memperhatikan proses penyebaran secara nonlinear. Dapat juga dianalisa strategi pengontrolan penyebaran rumor menggunakan teori kontrol optimum.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terimakasih ditujukan kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam seluruh penelitian serta penyusunan artikel ini.

REFERENSI

- Aldila, D., Paramartha, H. P., & Tasman, H. (2017). An Analysis Of Rumor Spreading Model. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 519-530.
- Boyce, W. E., Diprima, R., & Meade, D. B. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems 11th Edition*. Columbia: John Wiley & Sons.
- Chen, S., Jiang, H., Li, L., & Li, J. (2020). Dynamical behaviors and optimal control of rumor propagation model with saturation incidence on heterogeneous networks. *Chaos, Solitons & Fractals*, 1-10.
- Darajat, P. P. (2023). Dynamical Analysis Of Cervical Cancer Disease Model With Treatment. *Mathline Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 113-122.
- Dhar, J., Jain, A., & Gupta, V. K. (2016). A Mathematical Model of News Propagation on Online Social Network and a Control Strategy for Rumor Spreading. *Social Network Analysis and Mining*, 56-57.
- Hasan, M. N., Islam, S., & Podder, C. N. (2021). IVESR Rumor Spreading Model in Homogeneous Network with Hesitating and Forgetting. *Journal of Applied Mathematics and Computation*, 105-118.
- Ningsih, W., Sumardi, Riskiyah, I. R., & Arystianto, D. P. (2019). Kendali Optimal Model Matematika Penyebaran Rumor pada Jaringan Sosial Daring dengan Pemberian Pernyataan Balasan. *Prosiding Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami* (pp. 17-27). Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Putri, A. R., Saidah, M. A., & Syafwan, M. (2022). Dynamics of The Rumor Spreading Model of Indonesia Twitter Case. *Barekeng Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 625-634.
- Rusmarlina, V. N., & Fuad, Y. (2023). Analisis Kestabilan Dan Penerapan Kontrol Optimal Pada Model Penyebaran Rumor Melalui Liputan Media. *Jurnal Ilmiah Matematika*, 35-48.
- Zhenhua, Y., Si, L., Dan, W., & Zhiwu, L. (2021). Modeling and Analysis of Rumor Propagation in Social Networks. *Information Sciences*, 857-873.
- Zhu, L., Liu, M., & Li, Y. (2019). The dynamics analysis of a rumor propagation model in. *Physica A*, 118-137.