

EFEK PERCEPATAN GRAVITASI PADA GERAK PARABOLA

Candra Pradhana

Teknik Elektro, Universitas Islam Raden Rahmat
candraphysics@gmail.com

ABSTRAK

Telah dilakukan perhitungan numerik dan plot grafik dengan software Python 3.8 dan modul matplotlib untuk variasi percepatan gravitasi serta hambatan udara, didapatkan plot gerak parabola di beberapa daerah di Bumi yang memiliki percepatan gravitasi tertinggi dan terendah tidak berbeda untuk jarak horizontal pendek, perbedaan jarak tembus horizontal akan terlihat jika disertakan hambatan udara (koefisien drag). Dilakukan plot juga untuk benda- benda angkasa dengan perbedaan percepatan gravitasi yang signifikan dan didapatkan bahwa lintasan parabola akan semakin linier dengan semakin kecil nilai percepatan gravitasi serta semakin besar hambatan udara.

Kata kunci: Python 3.8, Percepatan gravitasi, Gerak Parabola, Koefisien Drag

ABSTRACT

Numerical calculation and plotting has been done for parabolic trajectories with Python 3.8 equipped matplotlib for variations gravitational acceleration. Based on graph, the parabolic trajectories had no effect significantly based the highest and lowest gravity acceleration except the further horizontal distance will create a certain differentiation with resistive air.. We also plotted the parabolic trajectories for enormous matter such us planet. We found that the smaller gravitation and drag coefficient could made the parabolic trajectories linearized.

Keywords: Python 3.8, Gravitational Acceleration, Parabolic Trajectories, drag coefficient

PENDAHULUAN

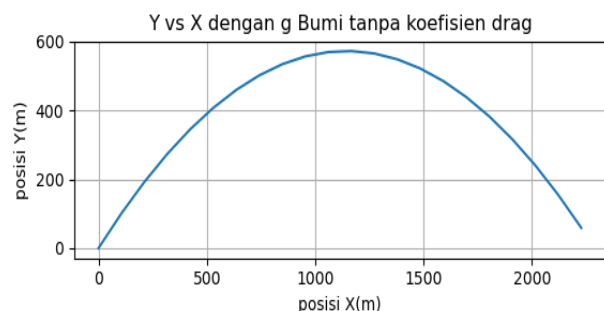
Gerak peluru adalah gerak dengan percepatan konstan g yang berarah ke bawah dan tidak ada komponen percepatan pada arah horizontal (Halliday,1985:78). Atau kita bisa mengatakan bahwa gerak parabola (peluru) merupakan perpaduan antara GLBB dan GLB. Aplikasi gerak parabola salah satu nya adalah pada lintasan peluru meriam, pada penelitian ini kita abaikan dulu efek hambatan udara, karena efek dari percepatan gravitasi juga memiliki pengaruh, berdasar penelitian yang dilakukan Hirt (2013), percepatan gravitasi mempunyai nilai yang bervariasi yaitu bernilai terendah pada daerah gunung Nevado Peru, sedangkan yang tertinggi terletak pada wilayah Arktik. Gerak Peluru Tanpa Hambatan Udara

$$v_{ox} = v_o \cos \theta \dots \dots \dots (1)$$

$$v_{oy} = v_o \sin \theta \dots \dots \dots (2)$$

$$x = v_o \cos \theta \cdot t \dots \dots \dots (3)$$

$$y = v_{oy} t - 1/2 \cdot g \cdot t^2 \dots \dots \dots (4)$$



Gambar 1. Gerak parabola tanpa hambatan udara terlihat memiliki lintasan melengkung dengan percepatan gravitasi 9.8337 m/s^2

Persamaan 4 menjelaskan hubungan antara gambar 1 memperlihatkan posisi benda dalam menjalani gerak parabola dengan waktu tempuh serta bagaimana percepatan gravitasi berpengaruh terhadap gerak peluru (parabola).

List Program Python 3.8 Gerak Parabola

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy import arange,sin,cos
vo=150.0
teta= (math.pi)/4
g=9.8337
t= arange (0.0,22.0,1.0)
vox=vo*cos(teta)
voy=vo*sin (teta)
xt=vox*t
yt= voy*t-0.5*g*t**2
plt.subplot (2,1,1)
plt.plot(xt,yt)
plt.title ('Y vs X dengan g Bumi tanpa koefisien drag')
plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.grid(True)
plt.savefig('paper.png',format='png')
plt.show ()
```

Gerak Peluru Dengan Hambatan Udara

Persamaan 1-4 tidak berlaku jika hambatan udara tidak diabaikan dan asumsikan nilai hambatan udara dalam waktu tertentu proporsional dengan kecepatan gerak proyektil, alwis (2000).

$$m\ddot{x} = -k\dot{x} \dots \dots \dots (5)$$

$$m\ddot{y} = -k\dot{y} - mg \dots \dots \dots (6)$$

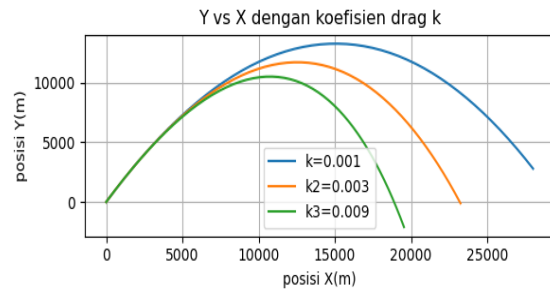
Coutis (1998) melakukan penelitian tentang olahraga cricket dengan analisis gerak parabola dengan pengaruh konstanta gravitasi dan koefisien drag menggunakan hukum kedua Newton dengan adanya faktor koefisien drag: Pada sumbu x

$$x(t) = \frac{vo \cos \theta}{k} (1 - \exp(-kt)) \dots \dots \dots (7)$$

Pada sumbu y

$$y(t) = \left[\frac{vo \sin \theta}{k} + \frac{g}{k^2} \right] (1 - \exp(-kt)) - \frac{gt}{k} \dots \dots (8)$$

Persamaan (3) dan (4) merupakan persamaan tanpa hambatan udara, jika hambatan udara proporsional dengan kecepatan maka persamaan (3) dan (4) akan termodifikasi dengan penambahan faktor non linier k (koefisien drag), solusi nya adalah persamaan (7) dan (8).



Gambar 2. Gerak parabola dengan hambatan udara terlihat memiliki lintasan melengkung dengan pengurangan jarak jangkauan

Listing Program dengan Python 3.8

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy import arange,sin,cos,exp
vo=600.0
teta= (math.pi)/3
k1=0.001
k2=0.005
k3=0.009
g=9.8337
t=arange (0.0,100.0,2.0)
vox=vo*cos(teta)
voy=vo*sin (teta)
D1=1-exp(-k1*t)
D2=1-exp(-k2*t)
D3=1-exp(-k3*t)
xt1=(vox/k1)*D1
xt2=(vox/k2)*D2
xt3=(vox/k3)*D3
yt1=((k1*voy)/k1**2)*D1+(g/k1**2)*D1-(g*t/k1)
yt2=((k2*voy)/k2**2)*D2+(g/k2**2)*D2-(g*t/k2)
yt3=((k3*voy)/k3**2)*D3+(g/k3**2)*D3-(g*t/k3)
plt.subplot (2,1,1)
plt.plot(xt1,yt1,xt2,yt2,xt3,yt3)
plt.title ('Y vs X dengan koefisien drag k')
plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.legend
(('k=0.001','k2=0.003','k3=0.009'),loc=0)
plt.grid(True)
plt.show ()
```

Menurut Steward (2006) kelengkungan lintasan gerak peluru dengan hambatan udara mempunyai jangkauan jarak lebih kecil dibandingkan tanpa hambatan. Hal ini terbukti dan bisa dilihat pada gambar 2 dan semakin besarnya nilai dari koefisien drag.

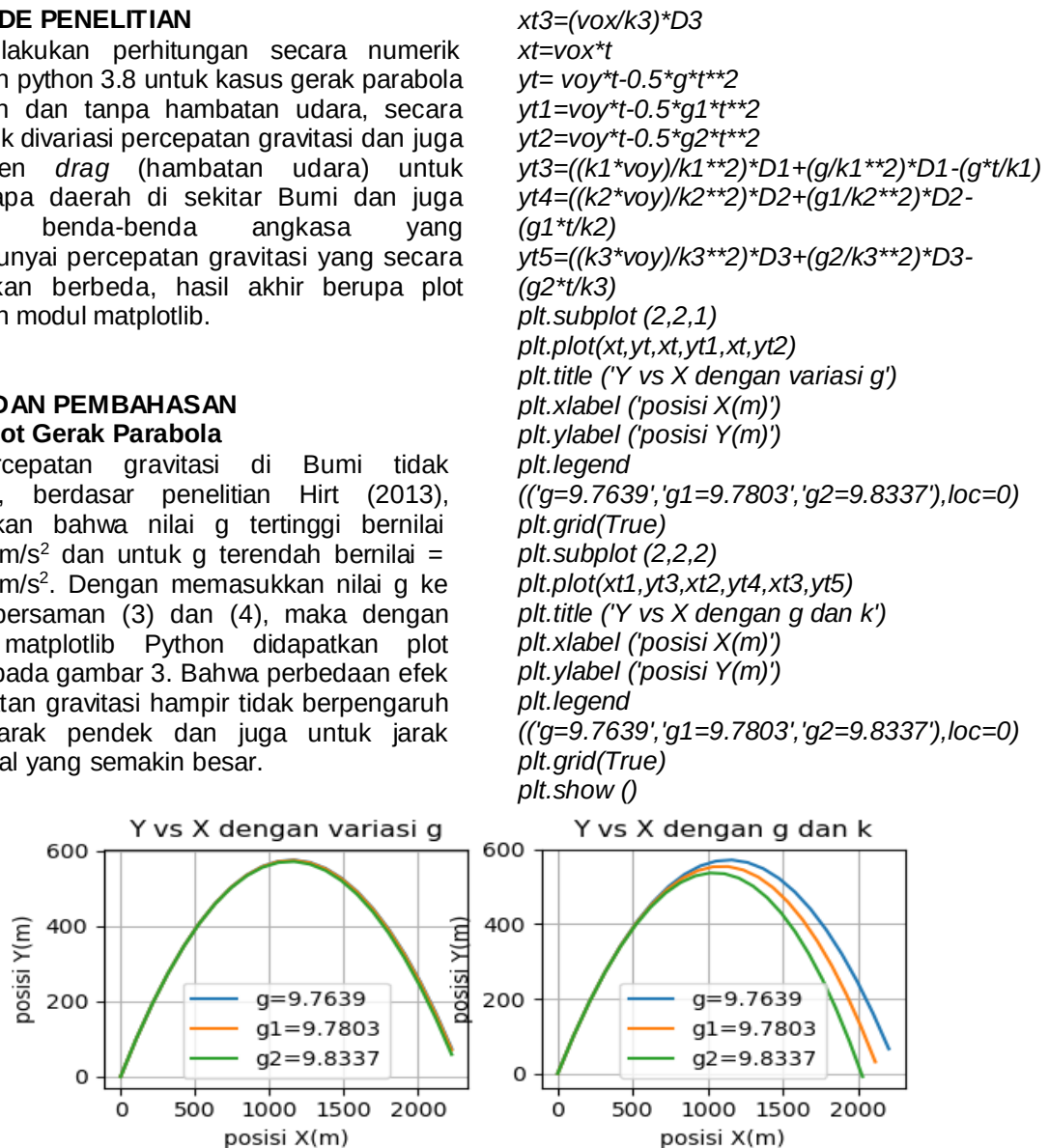
METODE PENELITIAN

Dilakukan perhitungan secara numerik dengan python 3.8 untuk kasus gerak parabola dengan dan tanpa hambatan udara, secara numerik divariasi percepatan gravitasi dan juga koefisien *drag* (hambatan udara) untuk beberapa daerah di sekitar Bumi dan juga untuk benda-benda angkasa yang mempunyai percepatan gravitasi yang secara signifikan berbeda, hasil akhir berupa plot dengan modul matplotlib.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Plot Gerak Parabola

Percepatan gravitasi di Bumi tidak konstan, berdasar penelitian Hirt (2013), didapatkan bahwa nilai g tertinggi bernilai 9.8337 m/s^2 dan untuk g terendah bernilai $= 9.7639 \text{ m/s}^2$. Dengan memasukkan nilai g ke dalam persamaan (3) dan (4), maka dengan modul matplotlib Python didapatkan plot seperti pada gambar 3. Bahwa perbedaan efek percepatan gravitasi hampir tidak berpengaruh untuk jarak pendek dan juga untuk jarak horizontal yang semakin besar.



Gambar 3. Plot grafik variasi g di permukaan bumi tanpa hambatan udara dan dengan hambatan udara

Listing Program Python 3.8

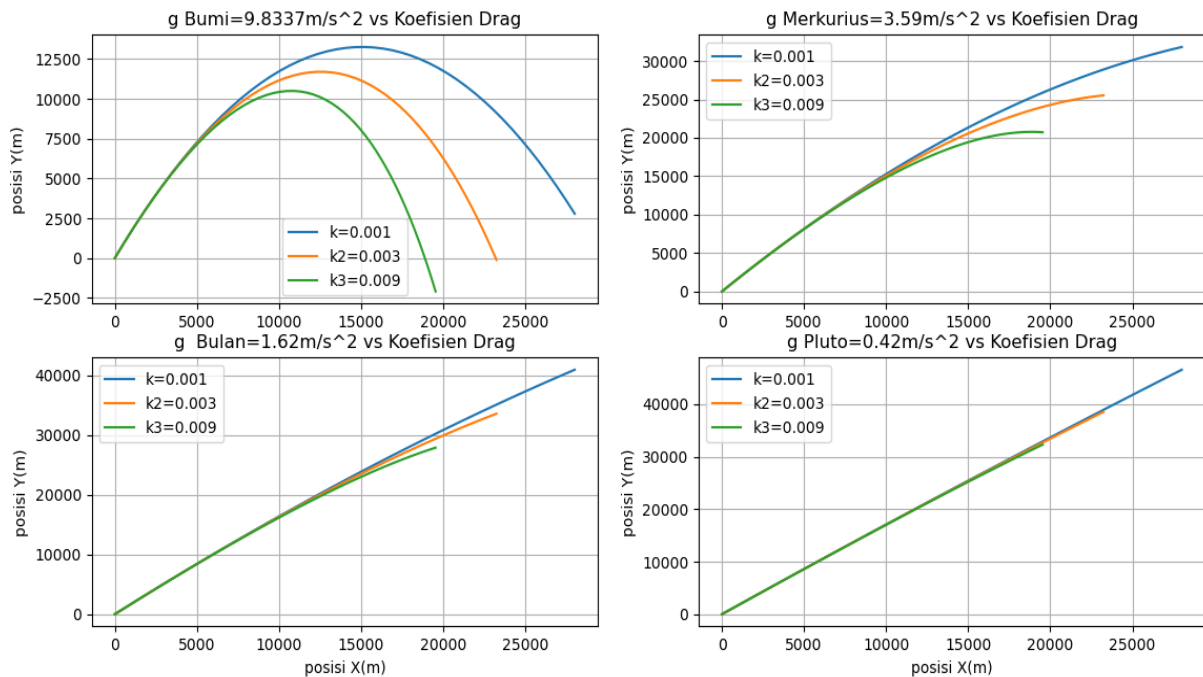
```
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy import arange, sin, cos, exp
vo=150.0
t= arange (0.0,22.0,1.0)
teta= (math.pi)/4
vox=vo*cos(teta)
voy=vo*sin (teta)
k1=0.001
k2=0.005
k3=0.009
g =9.7639
g1=9.7803
g2=9.8337
D1=1-exp(-k1*t)
D2=1-exp(-k2*t)
D3=1-exp(-k3*t)
xt1=(vox/k1)*D1
xt2=(vox/k2)*D2
```

```
xt3=(vox/k3)*D3
xt=vox*t
yt= voy*t-0.5*g*t**2
yt1=voy*t-0.5*g1*t**2
yt2=voy*t-0.5*g2*t**2
yt3=((k1*voy)/k1**2)*D1+(g/k1**2)*D1-(g*t/k1)
yt4=((k2*voy)/k2**2)*D2+(g1/k2**2)*D2-(g1*t/k2)
yt5=((k3*voy)/k3**2)*D3+(g2/k3**2)*D3-(g2*t/k3)
plt.subplot (2,2,1)
plt.plot(xt,yt,xt1,yt1,xt2,yt2)
plt.title ('Y vs X dengan variasi g')
plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.legend
(('g=9.7639','g1=9.7803','g2=9.8337'),loc=0)
plt.grid(True)
plt.subplot (2,2,2)
plt.plot(xt1,yt3,xt2,yt4,xt3,yt5)
plt.title ('Y vs X dengan g dan k')
plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.legend
(('g=9.7639','g1=9.7803','g2=9.8337'),loc=0)
plt.grid(True)
plt.show ()
```

dari gambar 3 sebelah kanan, merupakan plot dari persamaan (7) dan (8), terlihat jelas perbedaan jarak jangkauan karena efek dari hambatan udara yang mana semakin besar nilai dari koefisien drag maka jangkauan akan semakin pendek. Nilai dari g yang semakin kecil juga memperpendek jarak jangkauan. Penambahan k akan membuat keakurasian dari lintasan peluru mengalami perbedaan pada posisi sekitar 900m tergantung bagaimana nilai hambatan udara.

Untuk mengamati efek percepatan gravitasi secara jelas, maka penulis mengambil contoh beberapa benda angkasa yaitu Bumi, Bulan (semisal diberi hambatan udara), dan Mars, Pluto yang mempunyai perbedaan percepatan gravitasi yang sangat besar. Efek lengkung akan semakin terlinierisasi apabila g

semakin mendekati 0.00 m/s^2 , hal ini sesuai dengan teori bahwa jika tanpa percepatan (GLB), maka benda akan bergerak lurus. pada gambar 4, lintasan peluru terlihat linier planet Pluto.



Gambar 4. Plot Variasi g secara signifikan dan variasi koefisien drag

Listing Program Python 3.8

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy import arange, sin, cos, exp
vo=600.0
teta= (math.pi)/3
k1=0.001
k2=0.005
k3=0.009
g4=0.42
g3=1.62
g2=3.59
g1=9.8337
t=arange (0.0,100.0,2.0)
vox=vo*cos(teta)
voy=vo*sin (teta)
D1=1-exp(-k1*t)
D2=1-exp(-k2*t)
D3=1-exp(-k3*t)
D4=1-exp(-k1*t)
D5=1-exp(-k2*t)
D6=1-exp(-k3*t)
D7=1-exp(-k1*t)
D8=1-exp(-k2*t)
D9=1-exp(-k3*t)
D10=1-exp(-k1*t)
D11=1-exp(-k2*t)
D12=1-exp(-k3*t)
xt1=(vox/k1)*D1
xt2=(vox/k2)*D2
```

```
xt3=(vox/k3)*D3
xt4=(vox/k1)*D4
xt5=(vox/k2)*D5
xt6=(vox/k3)*D6
xt7=(vox/k1)*D7
xt8=(vox/k2)*D8
xt9=(vox/k3)*D9
xt10=(vox/k1)*D10
xt11=(vox/k2)*D11
xt12=(vox/k3)*D12
yt1=((k1*voy)/k1**2)*D1+(g1/k1**2)*D1-
(g1*t/k1)
yt2=((k2*voy)/k2**2)*D2+(g1/k2**2)*D2-
(g1*t/k2)
yt3=((k3*voy)/k3**2)*D3+(g1/k3**2)*D3-
(g1*t/k3)
yt4=((k1*voy)/k1**2)*D4+(g2/k1**2)*D4-
(g2*t/k1)
yt5=((k2*voy)/k2**2)*D5+(g2/k2**2)*D5-
(g2*t/k2)
yt6=((k3*voy)/k3**2)*D6+(g2/k3**2)*D6-
(g2*t/k3)
yt7=((k1*voy)/k1**2)*D7+(g3/k1**2)*D7-
(g3*t/k1)
yt8=((k2*voy)/k2**2)*D8+(g3/k2**2)*D8-
(g3*t/k2)
yt9=((k3*voy)/k3**2)*D9+(g3/k3**2)*D9-
(g3*t/k3)
yt10=((k1*voy)/k1**2)*D10+(g4/k1**2)*D10-
(g4*t/k1)
```

```

yt11=((k2*voy)/k2**2)*D11+(g4/k2**2)*D11-
(g4*t/k2)
yt12=((k3*voy)/k3**2)*D12+(g4/k3**2)*D12-
(g4*t/k3)
plt.subplot (2,2,1)
plt.plot(xt1,yt1,xt2,yt2,xt3,yt3)
plt.title ('g Bumi=9.8337m/s^2 vs Koefisien
Drag')
plt.grid(True)
#plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.legend
(('k=0.001','k2=0.003','k3=0.009'),loc=0)
plt.subplot (2,2,2)
plt.plot(xt4,yt4,xt5,yt5,xt6,yt6)
plt.title ('g Merkurius=3.59m/s^2 vs Koefisien
Drag')
#plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.legend
(('k=0.001','k2=0.003','k3=0.009'),loc=0)
plt.grid(True)
plt.subplot (2,2,3)
plt.plot(xt7,yt7,xt8,yt8,xt9,yt9)
plt.title ('g Bulan=1.62m/s^2 vs Koefisien
Drag')
plt.grid(True)
plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.legend
(('k=0.001','k2=0.003','k3=0.009'),loc=0)
plt.subplot (2,2,4)
plt.plot(xt10,yt10,xt11,yt11,xt12,yt12)
plt.title ('g Pluto=0.42m/s^2 vs Koefisien
Drag')
plt.grid(True)
plt.xlabel ('posisi X(m)')
plt.ylabel ('posisi Y(m)')
plt.legend
(('k=0.001','k2=0.003','k3=0.009'),loc=0)
plt.show ()

```

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Efek perbedaan percepatan gravitasi memberikan pengaruh yang sangat kecil untuk jarak horizontal di Bumi tanpa hambatan udara, kecuali dengan adanya hambatan udara. Efek Percepatan Gravitasi memberikan efek lengkung pada lintasan peluru, semakin kecil nilai percepatan gravitasi, lintasan peluru akan linier, begitu juga dengan koefisien drag

Saran

Penentuan koefisien drag sangat menentukan, perlu adanya perhitungan nilai tersebut

Referensi

- Hirt, C. C, S.J. Claessens, T. Fecher, M. Kuhn, R. Pail, M. Rexer 2013. New Ultra High Resolution Picture of Earth's Gravity Field. *geophysical Research Letter*. Vol:40.
- Halliday, D., Resnick, R. 1995. *FISIKA Jilid 1*. Bandung: PT Gelora Aksara.
- Tilak De Alwis (2000) Projectile motion with Mathematica, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31:5, 749-755, DOI:10.1080/002073900434413
- Peter Coutis (1998) Modelling the projectile motion of a cricket ball, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29:6, 789-798, DOI:10.1080/0020739980290601
- Seán M. Stewart (2006): An analytic approach to projectile motion in a linear resisting medium, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37:4, 411-431